

Prof. Dr. Alfred Toth

Ontotopologische Strukturtypen von Geordnetheit

1. Bekanntlich wurde die qualitative, ortsfunktionale Zahl durch

$$Z = f(\omega)$$

definiert (vgl. Toth 2016). Ortsfunktionale Zahlen können nicht nur linear (horizontal), wie die Peanozahlen, d.h. adjazent, sondern auch subjazent (vertikal) und transjazent (diagonal) gezählt werden, wobei sie in Zahlfeldern auftreten, d.h. Zahlen der Form $Z = f(\omega)$ sind 2-dimensional.

1.1. Adjazente Zählweise

x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i

1.2. Subjazente Zählweise

x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$
y_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	y_j		$\emptyset_j$	y_i		y_j	$\emptyset_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
y_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	y_j		$\emptyset_j$	y_i		y_j	$\emptyset_i$
x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$

1.3. Transjazente Zählweise

x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$
$\emptyset_i$	y_j		y_i	$\emptyset_j$		y_j	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	y_i
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\emptyset_i$	y_j		y_i	$\emptyset_j$		y_j	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	y_i
x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$

2. Ortsfunktionale Zahlen korrespondieren daher mit dem ontischen Raumfeld-Modell (vgl. Toth 2014), das die allgemeine Form

$h \rightarrow l$	h	$r \rightarrow h$
l	x	r
$l \rightarrow v$	v	$v \rightarrow r$

hat und in dem x für vier ontischen Entitäten steht. In anderen Worten: Zwischen einem Zahlenfeld und einem Raumfeld besteht eine qualitative arithmetisch-geometrische Isomorphierelation.

Wir bekommen damit unmittelbar die folgenden Paare:

$(x \rightarrow v)$, $(x \rightarrow (v \rightarrow r))$, $(x \rightarrow r)$, $(x \rightarrow (r \rightarrow h))$, $(x \rightarrow h)$, $(x \rightarrow (h \rightarrow l))$, $(x \rightarrow l)$, $(x \rightarrow (l \rightarrow v))$, usw., d.h. total 81 Paare, wenn wir auch die Abbildungen von Nicht- x -Raumfeldern zulassen. Jedes dieser Paare, welche als im Falle der transitorischen Raumfelder als zweites Element wieder eine Abbildung enthalten, sind also Abbildungen, d.h. ontische Funktionen. Mit Hilfe der Theorie der Geordnetheit können wir also topologische Funktionen bei ontischen Raumfeldern 4-fach subkategorisieren. Dabei sind die drei Mal drei Paare

$(l \rightarrow v)$, v , $(v \rightarrow r)$

l , x , r

$(h \rightarrow l)$, h , $(r \rightarrow h)$

sowie ihre Konversen adjazent,

die drei Mal drei Paare

$(l \rightarrow v)$, l , $(h \rightarrow l)$

v , x , h

$(v \rightarrow r)$, r , $(r \rightarrow h)$

sowie ihre Konversen subjazent

und die beiden doppelten Abbildungen

$$((l \rightarrow v) \rightarrow x \rightarrow (r \rightarrow h))$$

$$((v \rightarrow r) \rightarrow x \rightarrow (h \rightarrow l))$$

sowie ihre Konversen transjacent.

3. In Toth (2018a) hatten wir Ordnendheit und Geordnetheit bei Stufigkeit, also einer weiteren ontisch invarianten Eigenschaft (vgl. Toth 2013), untersucht und dabei festgestellt, daß die Differenz von Ordnendheit und Geordnetheit iterativ subkategorisiert werden muß, denn es gibt offenbar folgende vier Kombinationen:

	ord	ord ⁻¹
ord	ordord	ordord ⁻¹
ord ⁻¹ :	ord ⁻¹ ord	ord ⁻¹ ord ⁻¹

Schließlich konnten wir in Toth (2018b) zeigen, daß wir es bei diesem Quadrupel-Schema mit einer weiteren ontischen Invariante zu tun haben, nämlich mit der dreifach gradativen Objektabhängigkeit und formulierten unsere Ergebnisse in den folgenden drei ontischen Sätzen.

SATZ 1. Der nicht-iterierte Operator ord⁻¹ induziert in den Subkategorisierungen ontischer Geordnetheit 1- oder 2-seitige Objektabhängigkeit.

SATZ 2. Durch den Operator ordord subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-seitig objektabhängig.

SATZ 3. Durch den Operator ord⁻¹ord⁻¹ subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-, 1- oder 2-seitig objektabhängig.

Danach haben wir also die folgenden Korrespondenzen zwischen den Sätzen, den Operatoren und dem jeweiligen Grad von Objektabhängigkeit.

Satz 2 ordord 0

Satz 1 ord⁻¹ 1, 2

Satz 3 ord⁻¹ord⁻¹ 0, 1, 2.

Man beachte, daß die „generative“ (Bense) Mengeninklusion von

$$O = (0, ((1, 2), (0, 1, 2)))$$

genau derjenigen der Zeichenrelation entspricht (vgl. Bense 1979, S. 53)

$$Z = (M, ((M, O), (M, O, I))).$$

Ferner erhält man aus trivialen Gründen durch die kombinierten ordnenden und geordneten Operatoren (vgl. Toth 2018c)

$$\text{ord}^{-1}\text{ord} \quad 0, 1$$

$$\text{ordord}^{-1} \quad 0, 1.$$

Da es keine Operatoren gibt, welche

$$1, 2, (0, 2)$$

erzeugen, kann man sich fragen, ob es ontische Sätze gebe, durch welche diese Formen bzw. Kombinationen von Objektabhängigkeit erzeugt werden.

DEFINITION 1. 0-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar $P = (A, B)$ von Objekten gilt $A \neq f(B)$.

DEFINITION 2. 1-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar $P = (A, B)$ von Objekten gilt $(A = f(B)) \nrightarrow (B = f(A))$.

DEFINITION 3. 2-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar $P = (A, B)$ von Objekten gilt $(A = f(B)) \rightarrow (B = f(A))$.

Beispiel für Definition 1: $A = \text{Löffel}$, $B = \text{Messer}$ (oder alternativ: $A = \text{Messer}$, $B = \text{Löffel}$). (Vgl. dagegen 2-seitige Objektabhängigkeit bei Messer und Gabel.)

Beispiel für Definition 2: $A = \text{Kopf}$, $B = \text{Hut}$ (oder alternativ: $A = \text{Hut}$, $B = \text{Kopf}$).

Beispiel für Definition 3: $A = \text{Schlüssel}$, $B = \text{Schloß}$ (oder alternativ: $A = \text{Schloß}$, $B = \text{Schlüssel}$).

Vermöge dieser drei Definitionen dürfte es unmittelbar einleuchten, daß es keine Subkategorisierung von Ordnendheit oder Geordnetheit gibt, welche eine ontische Ordnung induziert, innerhalb deren zwei Objekte eines Paares gleichzeitig 0-seitig und 2-seitig objektabhängig sind. Dieser Sachverhalt läßt sich mittels der Semiotik beweisen: Vermöge Bense (ap. Walther 1979, S. 122 f.) sind Paare, zwischen deren Objekten 2-seitige Objektabhängigkeit besteht, iconisch, d.h. es gibt die ontisch-semiotische Isomorphie

2-seitige Objektabhängigkeit $\cong$ (2.1).

Daraus folgt unmittelbar die weitere Isomorphie

0-seitige Objektabhängigkeit $\cong$ (2.3)

und wegen sowohl ontischer als auch semiotischer Vermittlung folgt ferner

1-seitige Objektabhängigkeit $\cong$ (2.2) ■.

Daher haben wir

$(0, 1) \cong ((2.1) < (2.2)),$

aber

$(0, 2) \not\cong ((2.1) < (2.3)).$

Hierin liegt auch der Grund für die weiter oben festgestellte Isomorphie

$(0 \cong Z) = ((0, ((1, 2), (0, 1, 2))) \cong (M, ((M, 0), (M, 0, I)))),$

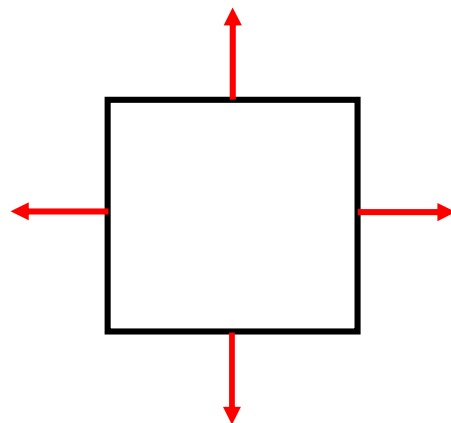
d.h. wir bekommen den weiteren

SATZ. Die dreifach gradative Objektabhängigkeit ist die ontische Entsprechung der dreifach gradativen („generativen“) Inklusion trichotomischer Objektbezüge. Beide Inklusionsschemata sind ontisch-semiotisch isomorph.

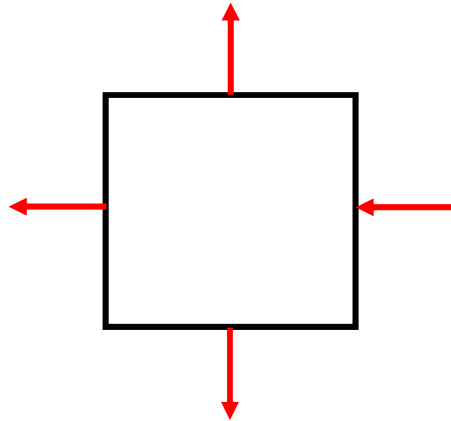
4. Im folgenden wollen wir nun ontotopologische qualitative arithmetische Strukturtypen von Geordnetheit skizzieren.

4.1. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Adjazenz

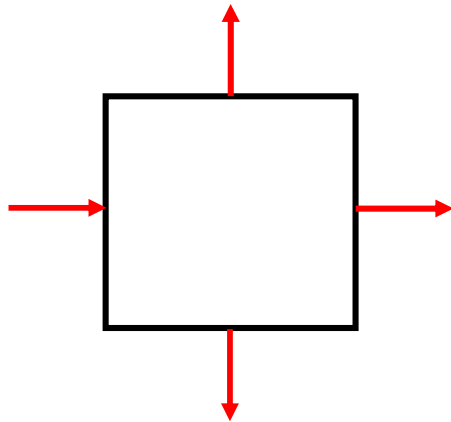
4.1.1. ordord



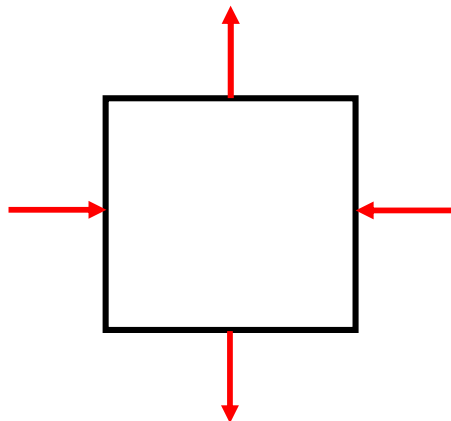
4.1.2. $\text{ord} \text{ord}^{-1}$



4.1.3. $\text{ord}^{-1} \text{ord}$

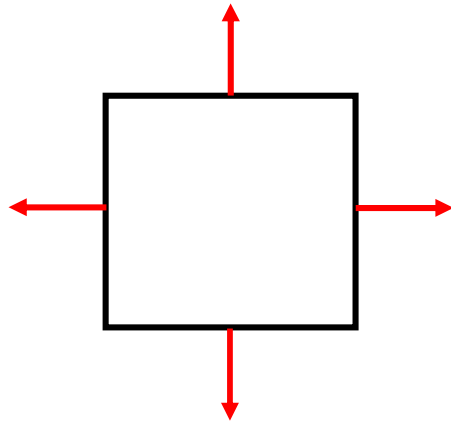


4.1.4. $\text{ord}^{-1} \text{ord}^{-1}$

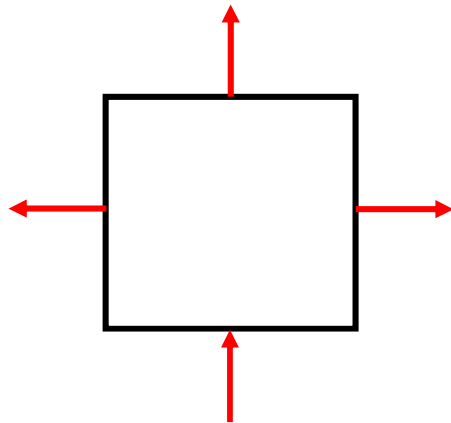


4.2. Ontotopologische Strukturtypen von geordnete Subjazen

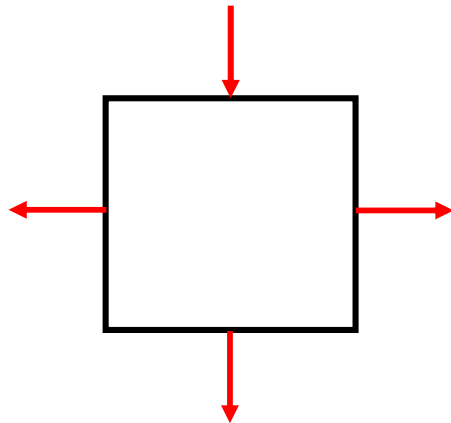
4.2.1. ordord



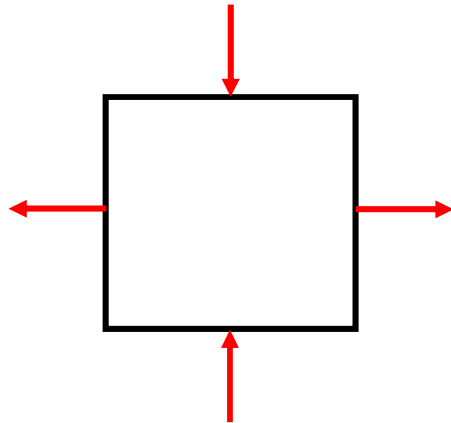
4.2.2. ordord⁻¹



4.2.3. ord⁻¹ord

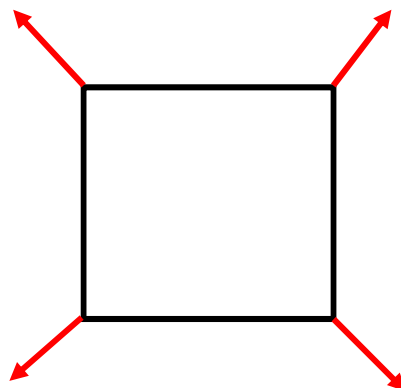
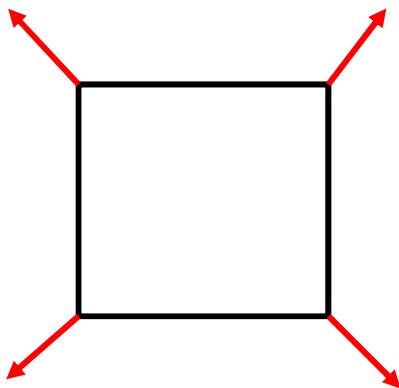


4.2.4. $\text{ord}^{-1} \text{ord}^{-1}$

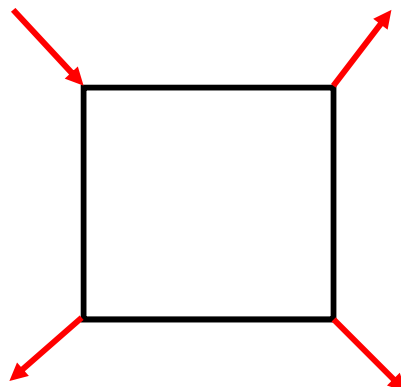
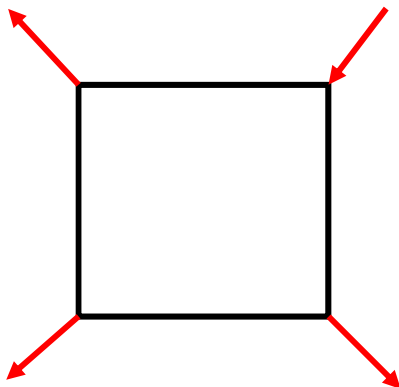


4.3. Ontotopologische Strukturtypen von geordnete Transjrenz

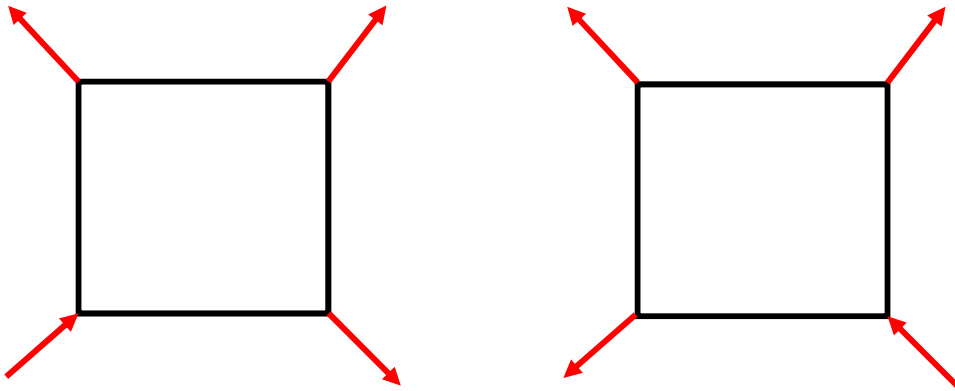
4.2.1. ordord



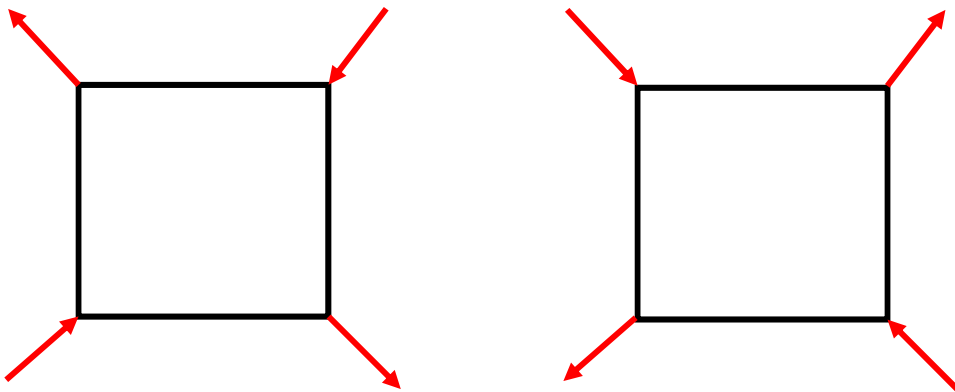
4.2.2. ordord^{-1}



4.2.3. $\text{ord}^{-1}\text{ord}$



4.2.4. $\text{ord}^{-1} \text{ord}^{-1}$



5. Nun heißt ja, um das Bonmot Mac Lanes, eines der Begründers der mathematischen Kategorientheorie zu zitieren, mit Kategorien zu rechnen, „mit Pfeilen zu rechnen“ (Mac Lane 1972, S. iii). Wir können also die drei geordneten qualitativen arithmetischen Zählweisen statt mit Zahlen oder mit topologischen Strukturschemata auch wie folgt mit Pfeilen, d.h. mit Morphismen, formal definieren.

Um Morphismen definieren zu können, benötigen wir wegen der transjzenten Morphismen allerdings die transitorischen Raumfelder, d.h. wir gehen aus von

$2 \rightarrow 3$	2	$1 \rightarrow 2$
3	0	1
$3 \rightarrow 4$	4	$4 \rightarrow 1$

5.1. Adjazente Morphismen

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ordord-1}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

5.2. Subjazente Morphismen

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ordord-1}} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$$

5.3. Transjazente Morphismen

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ordord-1}} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow)$$

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow).$$

Als Memorandum wechselt also die Pfeilrichtung wie folgt bei den drei Zählweisen

Adjazenz: 1 und 3

Subjazenz: 2 und 4

Transjazenzen hauptdiagonal: $(4 \rightarrow 1)$ und $(2 \rightarrow 3)$

Transjazenzen nebendiagonal: $(3 \rightarrow 4)$ und $(1 \rightarrow 2)$.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit bei Stufigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018a

Toth, Alfred, Subkategorisierte Geordnetheit und Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018b

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit 1-31. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

22.9.2018